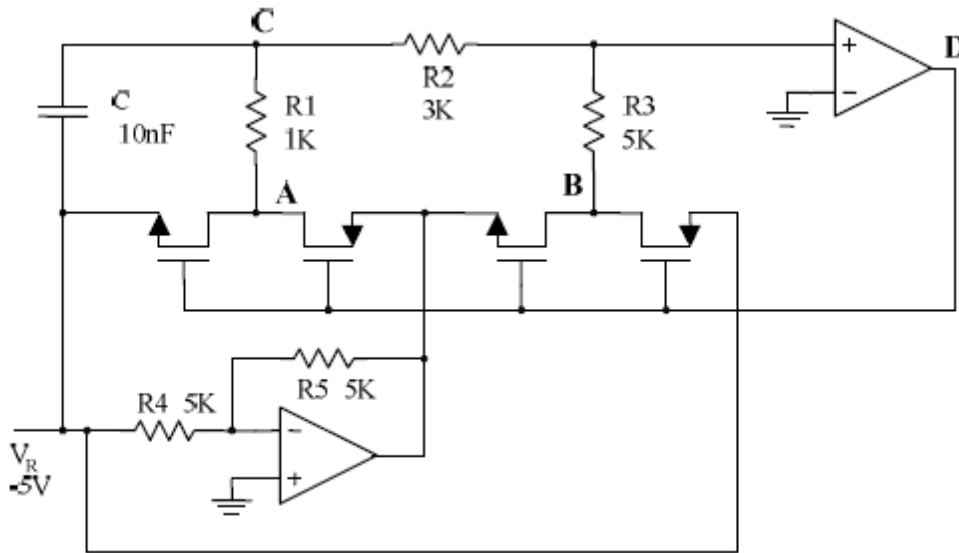


Jovan Đukić
0047/13
Prvi Domaći Zadatak
Osnovi Digitalne Elektronike

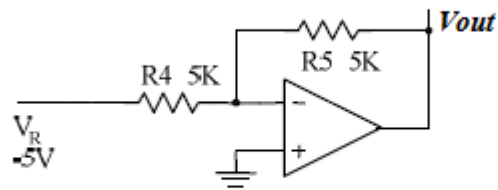
8. Za kolo sa slike poznato je napajanje operacionih pojačavača $V_{CC} = \pm 12V$.

- Izračunati i nacrtati, jedan ispod drugog, vremenske dijagrame napona u tačkama A, B, C i D. Na naponskim i vremenskim osama dijagrama naznačiti karakteristične vrednosti promenljivih.
- Odrediti maksimalnu vrednost otpornika R_1 za koju kolo osciluje.
- Verifikovati simulacijom prethodne dve tačke



Rešenje:

a)

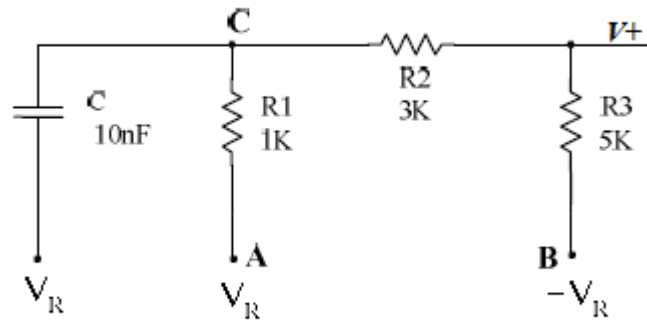


Donji operacioni pojačavač se ponaša kao idealni operacioni pojačavač. Njegova ulazna otpornost je beskonačna, a naponi na oba ulaza isti. Odatle sledi da je napon na “-“ ulazu takođe nula volti. Dalje jednačinom za struju kroja protiče kroz tu granu dobija izlazni napon V_{out} .

$$\frac{V_R - 0V}{R_4} = \frac{0 - V_{out}}{R_5}$$

Odavde prostim prebacivanjem i zamenom vrednosti otpornika R_4 i R_5 dobijamo da je $V_{out} = 5V$, odnosno $V_{out} = -V_R$. Ova vrednost se ne menja iako kolo osciluje i korišćiće nam u daljoj analizi kola.

Tranzistori se ponašaju kao idealni prekiči i oni su otvoreni(mogu se kekvivalentirati kratkim spojem) ili zatvoreni(mogu se ekvivalentirati otvorenom vezom) u zavisnosti od napona u tački **D**. Kada je **D** na logičkoj jedinici, odnosno napon $V_d = 12V$ taku su NMOS tranzistori uključeni, a PMOS tranzistori isključeni. Kada je **D** na logičkoj nuli tada su NMOS tranzistori isključeni, a PMOS tranistori uključeni. Gornji operacioni pojačavač se ponaša kao komparator i poređuje napon na „+“ sa $0V$, odnosno naponom na „-“ ulazu pojačavača tj. komparatora. Kolo osciluje tako da našu analizu krećemo sa pretpostavkom da je u trenutku $t = 0$ tačka **D** na logičkoj jedinici odnosno napon $V_d = 12V$. Tada su NMOS tranzistori uključeni i kolo se može ekvivalentirati sledećom šemom.



Napon u tački **A** je $V_a = V_R = -5V$ jer je levi NMOS tranzistor kratko spojio tačku **A** sa naponom V_R . Napon u tački **B** je $V_B = -V_R = 5V$, jer je desni NMOS tranzistor kratko spojio tačku **B** sa izlazom donjeg operacionog pojačavača. Tačka **C** je povezana za kondenzator tako da potencijal u tački **C** se neće menjati skokovito već po jednačini

$$V_C(t) = V_C(\infty) - (V_C(\infty) - V_C(0^+)) * e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Potencijal $V_C(\infty)$ je potencijal tačke **C** kada je kolo u stacionarnom stanju. Tada kroz kondenzator ne protiče struja, na potencijal u tački **C** utiču naponi tačaka **A** i **B**, tako potencijal tačke **C** dobijamo principom superpozicije. Ukidanjem potencijala tačke **A**, pa tačke **B** dobijamo sledeće

$$V_C(\infty) = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} * V_r - \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} * V_r = \frac{R_2 + R_3 - R_1}{R_1 + R_2 + R_3} * V_R$$

odakle zamenom vrednosti otpornika i napona V_R dobija da je

$$V_C(\infty) = -3,89V$$

Napon $V_C(0^+)$ nam je u ovom trenutku nepoznat. Vremensku konstanu τ dobijamo kao proizvod ekvivalentne otpornosti koju vidi kondezator I kapacivnosti kondenzatora.

$$\tau = R_1 || (R_2 + R_3) * C$$

Odavde zamenom vrednosti otpornika I kapacitivnosti kondezatora dobija da je

$$\tau = 8,9\mu s$$

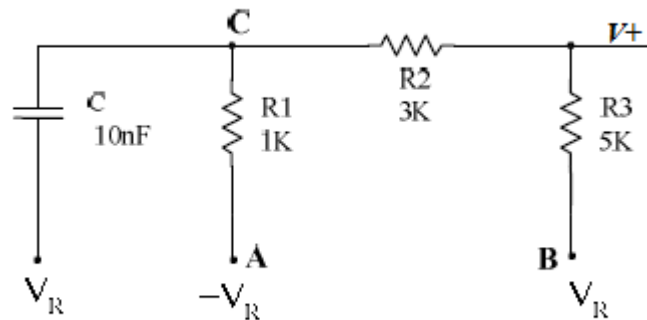
Napon V^+ je napon na „+“ kraju gornjeg operacionog pojačavača. Na njega utiču potencijal u tački **C** i potencijal u tački **B**. Njega računamo preko principa superpozicije i dobija da je

$$V^+(t) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} * V_C(t) - \frac{R_2}{R_2 + R_3} * V_R$$

Odakle zamenom vrednosti dobijamo da je napon V^+

$$V^+(t) = 0,625 * V_C(t) - 1,875V$$

Kada potencijal $V^+(t)$ dostigne 0V tada je napon $V_d = -12V$ I topologija kola se menja. Ovo se dešava u trenutku t_1 . Tada su PMOS tranzistori uključeni, a NMOS tranzistori isključeni. Kolo se može ekvivalentirati sledećom šemom.



Napon u tački **A** je $V_a = -V_R = 5V$ jer je levi PMOS tranzistor kratko spojio tačku **A** sa izlazom donjeg operacionog pojačavača. Napon u tački **B** je $V_B = V_R = -5V$, jer je desni PMOS tranzistor kratko spojio tačku **B** sa naponom V_R . Tačka **C** je povezana za kondenzator tako da potencijal u tački **C** se neće menjati skokovito već po jednačini

$$V_C(t) = V_C(\infty) - (V_C(\infty) - V_C(t_1^+)) * e^{-\frac{t-t_1}{\tau}}$$

Potencijal $V_C(\infty)$ je potencijal tačke **C** kada je kolo u stacionarnom stanju. Tada kroz kondenzator ne protiče struja, na potencijal u tački **C** utiču naponi tačaka **A** i **B**, tako potencijal tačke **C** dobijamo principom superpozicije. Ukidanjem potencijala tačke **A**, pa tačke **B** dobijamo sledeće

$$V_C(\infty) = -\frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} * V_r + \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3} * V_r = \frac{R_1 - R_2 - R_3}{R_1 + R_2 + R_3} * V_R$$

odakle zamenom vrednosti otpornika i napona V_R dobija da je

$$V_C(\infty) = 3,89V$$

Napon $V_C(t_1^+)$ nam je u ovom trenutku nepoznat. Vremensku konstanu τ dobijamo kao proizvod ekvivalentne otpornosti koju vidi kondezator I kapacivnosti kondenzatora.

$$\tau = R_1 || (R_2 + R_3) * C$$

Odavde zamenom vrednosti otpornika I kapacitivnosti kondezatora dobija da je

$$\tau = 8,9\mu s$$

Napon V^+ je napon na “+” kraju gornjeg operacionog pojačavača. Na njega utiču potencijal u tački **C** i potencijal u tački **B**. Njega računamo preko principa superpozicije i dobija da je

$$V^+(t) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} * V_C(t) + \frac{R_2}{R_2 + R_3} * V_R$$

Odakle zamenom vrednosti dobijamo da je napon V^+

$$V^+(t) = 0,625 * V_C(t) + 1,875V$$

Kada potencijal $V^+(t)$ dostigne 0V tada je napon $V_d = 12V$ I topologija kola se menja i vraća se u prvo stanje odakle se sve ponavlja. Ovo se dešava u trenutku t_2 .

U trenucima t_1 i t_2 potencijal $V^+(t)$ postaje nula. Iskoristićemo ovaj uslov za računanje graničnih vrednosti potencijala tačke **C** I određivanja trenutaka t_1 i t_2 . Ove vrednosti dobijamo iz sledećih jednačina.

$$V^+(t_1) = 0 = 0,625 * V_C(t_1) - 1,875V$$

Odavde dobijamo da je $V_C(t_1) = 3V$. Pošto je tačka **C** direktno povezana na kondenzator na ovo će biti I njen potencijal u trenutku t_1^+ . Na isti način dobijamo vrednost potencijala tačke **C** u trenutku t_2 .

$$V^+(t_2) = 0 = 0,625 * V_C(t_2) + 1,875V$$

Odavde dobijamo da je $V_C(t_2) = -3V$. Pošto je tačka **C** direktno povezana na kondenzator na ovo će biti I njen potencijal u trenutku t_2^+ , odnosno trenutku 0^+ . Trenutke t_1 i t_2 dobijamo iz sledećih jednačina

$$\begin{aligned} V_C(t_1) &= V_C(\infty) - (V_C(\infty) - V_C(0^+)) * e^{-\frac{t_1}{\tau}} \\ e^{-\frac{t_1}{\tau}} &= \frac{V_C(\infty) - V_C(t_1)}{V_C(\infty) - V_C(0^+)} \\ e^{\frac{t_1}{\tau}} &= \frac{V_C(\infty) - V_C(0^+)}{V_C(\infty) - V_C(t_1)} \\ t_1 &= \ln\left(\frac{V_C(\infty) - V_C(0^+)}{V_C(\infty) - V_C(t_1)}\right) * \tau \end{aligned}$$

Odakle zamenom vrednosti dobijamo da je $t_1 = 18,2\mu s$. Trenutak t_2 dobijamo na isti način.

$$\begin{aligned} V_C(t_2) &= V_C(\infty) - (V_C(\infty) - V_C(t_1^+)) * e^{-\frac{t_2 - t_1}{\tau}} \\ e^{-\frac{t_2 - t_1}{\tau}} &= \frac{V_C(\infty) - V_C(t_2)}{V_C(\infty) - V_C(t_1^+)} \\ e^{\frac{t_2 - t_1}{\tau}} &= \frac{V_C(\infty) - V_C(t_1^+)}{V_C(\infty) - V_C(t_2)} \\ t_2 &= \ln\left(\frac{V_C(\infty) - V_C(t_1^+)}{V_C(\infty) - V_C(t_2)}\right) * \tau + t_1 \end{aligned}$$

Odakle dobijamo da je $t_2 = 36,4\mu\text{s}$. Sada možemo zamenom svih prethodno izračunatih vrednosti dobiti jednačine na osnovu kojih se ponašaju potencijali u tačka **A,B,C** i **D**.

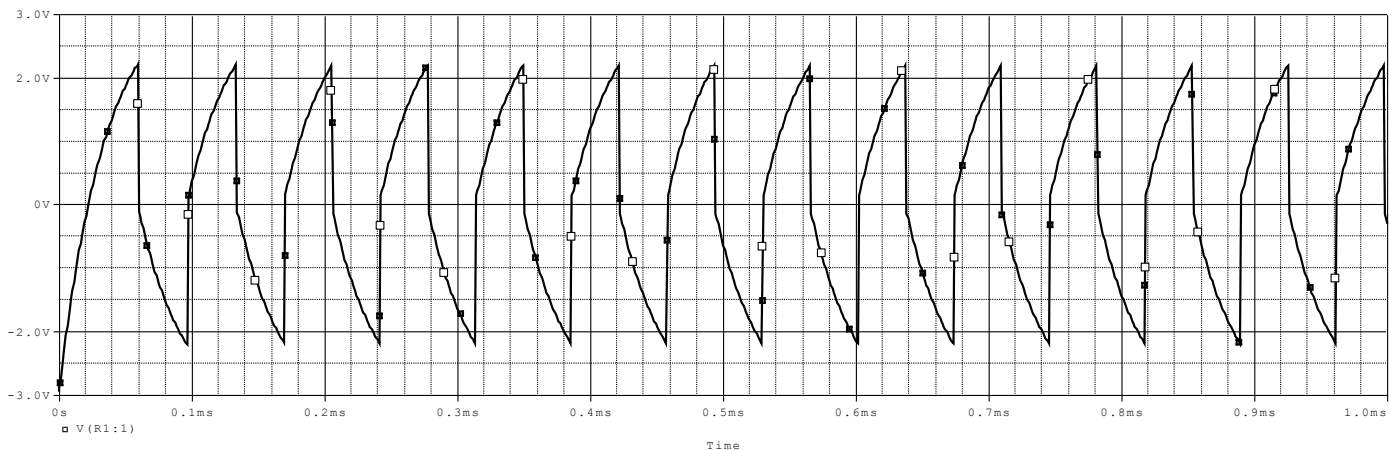
-za $0 \leq t \leq 18,2\mu\text{s}$

$$\begin{aligned}V_a &= -5V \\V_b &= 5V \\V_c(t) &= -3,89V + 6,89V * e^{-\frac{t}{8,9\mu\text{s}}} \\V_d &= 12V \\V^+(t) &= -0,55625V + 4,30625V * e^{-\frac{t}{8,9\mu\text{s}}}\end{aligned}$$

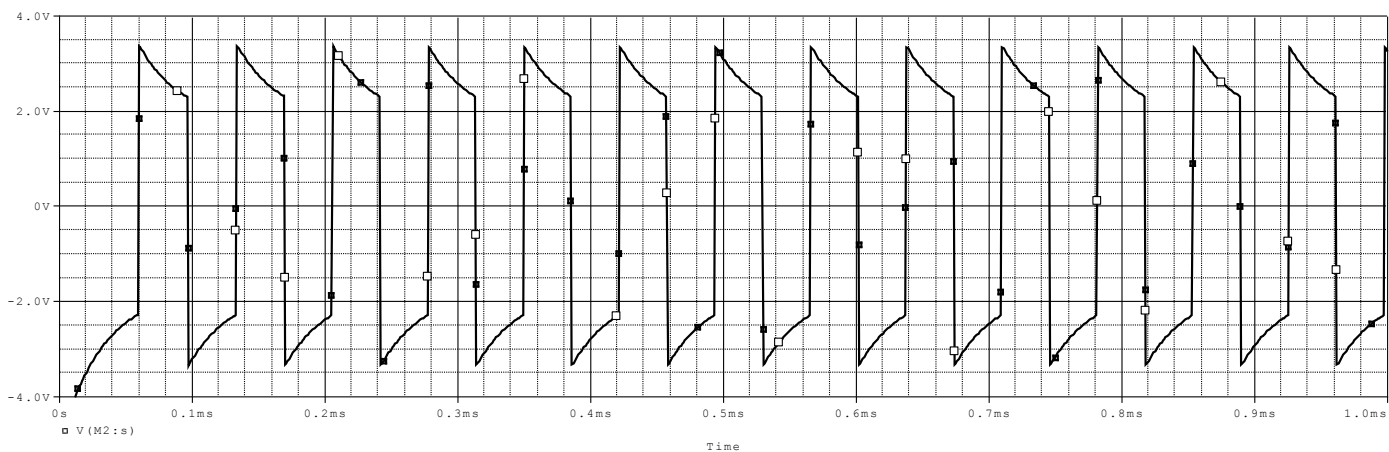
-za $18,2\mu\text{s} \leq t \leq 36,4\mu\text{s}$

$$\begin{aligned}V_a &= 5V \\V_b &= -5V \\V_c(t) &= 3,89V - 6,89V * e^{-\frac{t-18,2\mu\text{s}}{8,9\mu\text{s}}} \\V_d &= -12V \\V^+(t) &= 0,55625 - 4,30625V * e^{-\frac{t-18,2\mu\text{s}}{8,9\mu\text{s}}}\end{aligned}$$

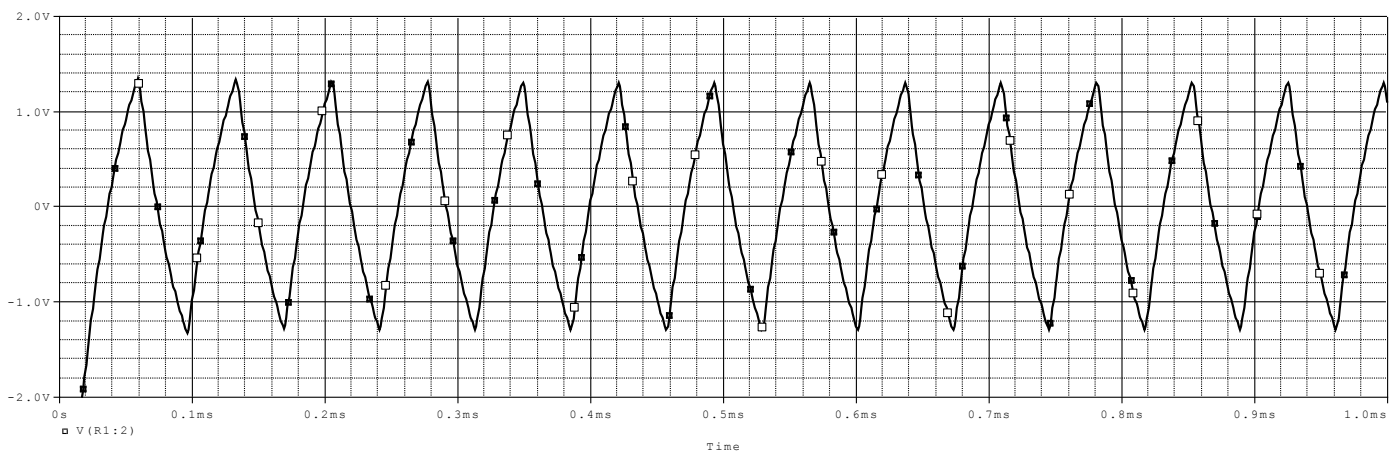
Sledeće slike grafika ovih tačaku su uzete iz iz simulatora. Tranzistori nisu idealni pa se potencijali ne ponašaju baš isto kao izračunato.



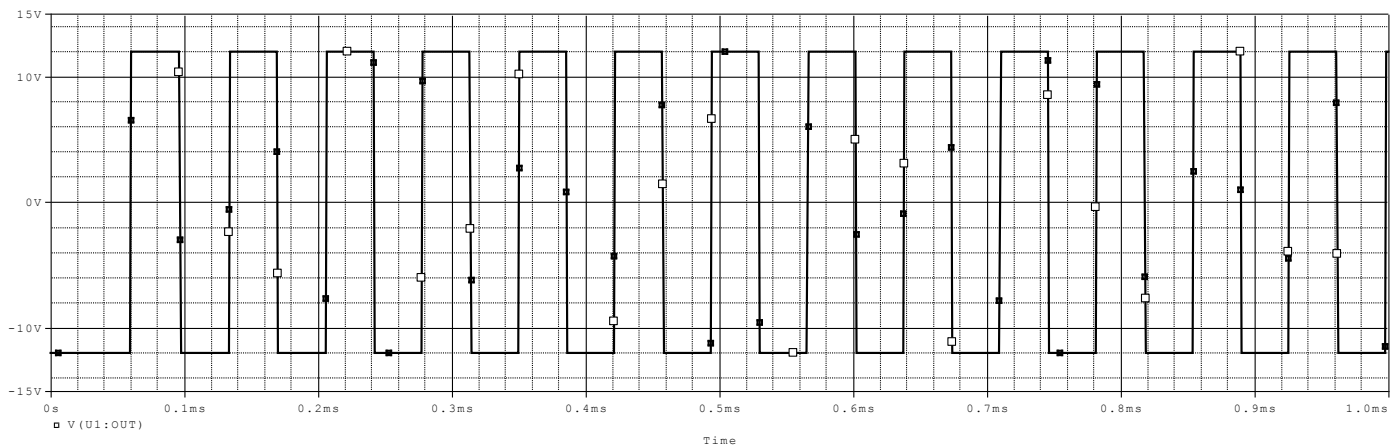
Potencijal tačke A



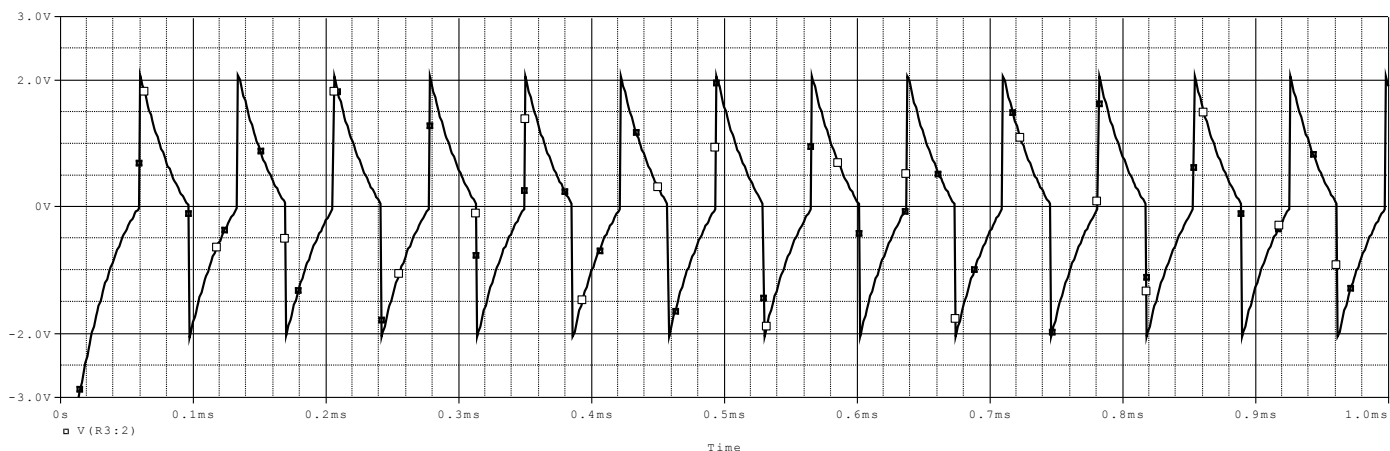
Potencijal tačke B



Potencijal tačke C



Potencijal tačke D



Potencijal "+" ulaza gornjeg OP

b)

Vrednost otpornika R_1 utiče na vrednost ka kojoj konvergira potencijal tačke C. Ako potencijal u tački C ne dostigne $+3V$, odnosno $-3V$, $V^+(t)$ nika neće dostići $0V$, a napon V_d se neće promeniti i neće se promeniti topologija kola pa kolo neće oscilovati. Iz ovog uslova mi dobijamo maksimalnu vrednost otpornika R_1 . Za prvu situaciju imamo sledeće

$$\begin{aligned} V_C(\infty) &> -3V \\ \frac{R_2 + R_3 - R_1}{R_1 + R_2 + R_3} * V_R &> -3V \end{aligned}$$

Odakle zamenom vrednosti dobijamo sledeće

$$8 * \frac{(2 - R_1)}{(R_1 + 8)} < 0$$

Odavde dobijamo da je maksimalna vrednost otpornika R_1 da bi kolo oscilovalo je $2k\Omega$. Za drugu situaciju imamo sledeće

$$\begin{aligned} V_C(\infty) &< 3V \\ \frac{R_1 - R_2 - R_3}{R_1 + R_2 + R_3} * V_R &< 3V \end{aligned}$$

Odakle zamenom vrednosti dobijamo sledeće

$$8 * \frac{(R_1 - 2)}{(R_1 + 8)} > 0$$

Odavde dobijamo da je maksimalna vrednost otpornika R_1 da bi kolo oscilovalo je $2k\Omega$. Zaključujemo da bi kolo oscilovalo maksimalna vrednost otpornika R_1 je $2k\Omega$.

c)

